Сечения куба: самостоятельная работа

10 класс • 5 вариантов по 10 заданий • без ответов

Инструкция: куб задан неравенствами $0 \le x,y,z \le a$. Записывайте обоснования, объясняйте выбор формулы. Вычислительные задания требуют точного значения (например, коэффициента при $\sqrt{3}$). В задаче 10 необходимо доказательство.

Вариант 1 • задачи 1–5

1. Сколько вершин имеет невырожденное сечение куба с ребром $a=4$ плоскостью $x+y+z=2$?

_____

_____

_____

2. На ребре $(x; 4; 0)$ плоскость $x+y+z=5$ имеет точку сечения. Найдите x.

_____

_____

_____

3. Куб с ребром 4 пересечён плоскостью $x+y+z=2$. Найдите длину стороны треугольного сечения, делённую на $\sqrt{2}$.

_____

_____

_____

4. При $a=4$, $t=2$ вычислите площадь сечения S, делённую на $\sqrt{3}$.

_____

_____

_____

5. В кубе $a=4$ плоскость имеет параметр $t=10>2a$. Вычислите $S/\sqrt{3}$.

_____

_____

_____

Вариант 1 • задачи 6–10

6. При a=4, t=5 найдите коэффициент S/√3 площади шестиугольного сечения.

_____

_____

_____

7. Куб a=4. Найдите максимальную площадь S среди сечений x+y+z=t, делённую на √3.

_____

_____

_____

8. При a=4, t=5 вычислите периметр шестиугольника P, делённый на √2.

_____

_____

_____

9. При a=4 найдите t, при котором сечение является правильным шестиугольником.

_____

_____

_____

10. Докажите центральную симметрию формулы площади S(t)=S(3a−t), объяснив соответствие точек обоих сечений.

_____

_____

_____

_____

_____

Перед сдачей проверьте граничные случаи и существование точек на рёбрах.

Вариант 2 • задачи 1–5

1. Сколько вершин имеет невырожденное сечение куба с ребром a=6 плоскостью x+y+z=6?

_____

_____

_____

2. На ребре (6; y; 0) плоскость x+y+z=8 пересекает куб. Найдите y.

_____

_____

_____

3. Куб с ребром 6 пересечён плоскостью x+y+z=4. Найдите длину стороны треугольного сечения, делённую на √2.

_____

_____

_____

4. При a=6, t=4 вычислите площадь сечения S, делённую на √3.

_____

_____

_____

5. В кубе a=6 плоскость имеет параметр t=14>2a. Вычислите S/√3.

_____

_____

_____

Вариант 2 • задачи 6–10

6. При a=6, t=8 найдите коэффициент S/√3 площади шестиугольного сечения.

_____

_____

_____

7. Куб a=6. При t=3a/2 получается правильный шестиугольник. Найдите его сторону, делённую на √2.

_____

_____

_____

8. При a=6, t=4<a вычислите периметр треугольного сечения P, делённый на √2.

_____

_____

_____

9. Куб a=6. У одного сечения t=8. Укажите параметр t’ центрально-симметричного сечения.

_____

_____

_____

10. Докажите, что периметр шестиугольника при a<t<2a не зависит от t.

_____

_____

_____

_____

_____

Перед сдачей проверьте граничные случаи и существование точек на рёбрах.

Вариант 3 • задачи 1–5

1. Сколько вершин имеет невырожденное сечение куба с ребром a=8 плоскостью x+y+z=11?

_____

_____

_____

2. На ребре (0; y; 8) плоскость x+y+z=11 пересекает куб. Найдите y.

_____

_____

_____

3. Куб с ребром 8 пересечён плоскостью x+y+z=6. Найдите длину стороны треугольного сечения, делённую на √2.

_____

_____

_____

4. При a=8, t=6 вычислите площадь сечения S, делённую на √3.

_____

_____

_____

5. В кубе a=8 плоскость имеет параметр t=20>2a. Вычислите S/√3.

_____

_____

_____

Вариант 3 • задачи 6–10

6. При a=8, t=11 найдите коэффициент S/√3 площади шестиугольного сечения.

_____

_____

_____

7. Куб a=8. Найдите максимальную площадь S среди сечений x+y+z=t, делённую на √3.

_____

_____

_____

8. При a=8, t=11 вычислите периметр шестиугольника P, делённый на √2.

_____

_____

_____

9. При a=8 найдите t, при котором площадь S максимальна.

_____

_____

_____

10. Докажите, что при t=3a/2 сечение является правильным шестиугольником.

_____

_____

_____

_____

_____

Перед сдачей проверьте граничные случаи и существование точек на рёбрах.

Вариант 4 • задачи 1–5

1. Сколько вершин имеет невырожденное сечение куба с ребром a=10 плоскостью x+y+z=20?

_____

_____

_____

2. На ребре (10; 10; z) плоскость x+y+z=22 пересекает куб. Найдите z.

_____

_____

_____

3. Куб с ребром 10 пересечён плоскостью x+y+z=8. Найдите длину стороны треугольного сечения, делённую на √2.

_____

_____

_____

4. При a=10, t=8 вычислите площадь сечения S, делённую на √3.

_____

_____

_____

5. В кубе a=10 плоскость имеет параметр t=24>2a. Вычислите S/√3.

_____

_____

_____

Вариант 4 • задачи 6–10

6. При a=10, t=14 найдите коэффициент S/√3 площади шестиугольного сечения.

_____

_____

_____

7. Куб a=10. При t=3a/2 получается правильный шестиугольник. Найдите его сторону, делённую на √2.

_____

_____

_____

8. При a=10, t=8<a вычислите периметр треугольного сечения P, делённый на √2.

_____

_____

_____

9. Куб a=10. При 2a<t<3a площадь S/√3 равна 18. Найдите t.

_____

_____

_____

10. Докажите, что наибольшая площадь сечения в семействе x+y+z=t равна 3√3a²/4.

_____

_____

_____

_____

_____

Перед сдачей проверьте граничные случаи и существование точек на рёбрах.

Вариант 5 • задачи 1–5

1. Сколько вершин имеет невырожденное сечение куба с ребром a=12 плоскостью x+y+z=28?

_____

_____

_____

2. На ребре (x; 0; 12) плоскость x+y+z=17 имеет точку сечения. Найдите x.

_____

_____

_____

3. Куб с ребром 12 пересечён плоскостью x+y+z=10. Найдите длину стороны треугольного сечения, делённую на √2.

_____

_____

_____

4. При a=12, t=10 вычислите площадь сечения S, делённую на √3.

_____

_____

_____

5. В кубе a=12 плоскость имеет параметр t=28>2a. Вычислите S/√3.

_____

_____

_____

Вариант 5 • задачи 6–10

6. При a=12, t=17 найдите коэффициент S/√3 площади шестиугольного сечения.

_____

_____

_____

7. Куб a=12. Найдите максимальную площадь S среди сечений x+y+z=t, делённую на √3.

_____

_____

_____

8. При a=12, t=17 вычислите периметр шестиугольника P, делённый на √2.

_____

_____

_____

9. При a=12, t=17 сколько сторон сечения имеют длину √2(t−a)?

_____

_____

_____

10. Докажите, что невырожденное сечение куба плоскостью x+y+z=t никогда не бывает четырёхугольником.

_____

_____

_____

_____

_____

Перед сдачей проверьте граничные случаи и существование точек на рёбрах.