Теорема косинусов · вариант 1 · № 1–5

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

1. В треугольнике две стороны равны 5 и 7, а угол между ними 60°. Найдите квадрат третьей стороны и объясните знак поправки.

2. Из одной точки проведены отрезки длины 6 и 10 под углом 120°. Найдите расстояние между их концами (в точном виде).

3. У треугольника стороны 3, 8, 7. Найдите угол между сторонами 3 и 8. Проверьте существование треугольника.

4. Сторона AC=8, ∠BAC=60°. Найдите подписанную проекцию AC на направление луча AB. Где лежит основание перпендикуляра?

5. AB=10, AC=6, ∠BAC=60°. Найдите высоту из C на прямую AB и площадь треугольника.

Теорема косинусов · вариант 1 · № 6–10

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

6. На плоскости A(0, 0), B(4, 0), C(1, 3). Найдите BC и cos ∠BAC.

7. В пространстве A(0, 0, 0), B(4, 0, 0), C(1, 2, 2). Найдите BC^2 двумя способами: по координатам и через скалярное произведение.

8. Найдите t, при котором ненулевые пространственные векторы u=(2, 1, 1) и v=(t; 3; 1) перпендикулярны.

9. Выведите теорему косинусов с помощью высоты и тождества $\sin^2\gamma+\cos^2\gamma=1$. Объясните смысл члена $-2ab\cos\gamma$.

10. Два пешехода вышли из одной точки по прямым дорогам длиной 6 км и 10 км; угол между дорогами 60°. Каково расстояние между ними по прямой? Почему нельзя просто вычесть длины путей?

Теорема косинусов · вариант 2 · № 1–5

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

1. В треугольнике две стороны равны 4 и 9, а угол между ними 120°. Найдите квадрат третьей стороны и объясните знак поправки.

2. Из одной точки проведены отрезки длины 5 и 8 под углом 60°. Найдите расстояние между их концами (в точном виде).

3. У треугольника стороны 5, 12, 13. Найдите угол между сторонами 5 и 12. Проверьте существование треугольника.

4. Сторона AC=6, ∠BAC=120°. Найдите подписанную проекцию AC на направление луча AB. Где лежит основание перпендикуляра?

5. AB=5, AC=8, ∠BAC=30°. Найдите высоту из C на прямую AB и площадь треугольника.

Теорема косинусов · вариант 2 · № 6–10

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

6. На плоскости A(1, 2), B(6, 2), C(4, 6). Найдите BC и cos ∠BAC.

7. В пространстве A(1, 1, 1), B(1, 5, 1), C(3, 2, 4). Найдите BC^2 двумя способами: по координатам и через скалярное произведение.

8. Найдите t, при котором ненулевые пространственные векторы u=(3, 2, -1) и v=(t; 1; 5) перпендикулярны.

9. Докажите, что сторона напротив тупого угла больше гипотенузы прямоугольного треугольника с теми же прилегающими сторонами.

10. Два пешехода вышли из одной точки по прямым дорогам длиной 4 км и 8 км; угол между дорогами 120°. Каково расстояние между ними по прямой? Почему нельзя просто вычесть длины путей?

Теорема косинусов · вариант 3 · № 1–5

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

1. В треугольнике две стороны равны 8 и 11, а угол между ними 90°. Найдите квадрат третьей стороны и объясните знак поправки.

2. Из одной точки проведены отрезки длины 7 и 9 под углом 60°. Найдите расстояние между их концами (в точном виде).

3. У треугольника стороны 3, 5, 7. Найдите угол между сторонами 3 и 5. Проверьте существование треугольника.

4. Сторона AC=10, ∠BAC=90°. Найдите подписанную проекцию AC на направление луча AB. Где лежит основание перпендикуляра?

5. AB=10, AC=4, ∠BAC=90°. Найдите высоту из C на прямую AB и площадь треугольника.

Теорема косинусов · вариант 3 · № 6–10

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

6. На плоскости A(-2, 1), B(1, 5), C(4, 1). Найдите BC и cos ∠BAC.

7. В пространстве A(2, -1, 0), B(5, -1, 0), C(2, 3, 5). Найдите BC^2 двумя способами: по координатам и через скалярное произведение.

8. Найдите t, при котором ненулевые пространственные векторы u=(4, -2, 3) и v=(t; 4; 0) перпендикулярны.

9. Могут ли существовать стороны 3, 4 и 8? Почему вычисления косинуса не заменяют проверку существования треугольника?

10. Два пешехода вышли из одной точки по прямым дорогам длиной 5 км и 12 км; угол между дорогами 90°. Каково расстояние между ними по прямой? Почему нельзя просто вычесть длины путей?

Теорема косинусов · вариант 4 · № 1–5

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

1. В треугольнике две стороны равны 7 и 10, а угол между ними 60°. Найдите квадрат третьей стороны и объясните знак поправки.

2. Из одной точки проведены отрезки длины 8 и 10 под углом 120°. Найдите расстояние между их концами (в точном виде).

3. У треугольника стороны 5, 8, 7. Найдите угол между сторонами 5 и 8. Проверьте существование треугольника.

4. Сторона AC=12, ∠BAC=60°. Найдите подписанную проекцию AC на направление луча AB. Где лежит основание перпендикуляра?

5. AB=6, AC=10, ∠BAC=120°. Найдите высоту из C на прямую AB и площадь треугольника.

Теорема косинусов · вариант 4 · № 6–10

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

6. На плоскости A(2, -2), B(6, 1), C(2, 4). Найдите BC и cos ∠BAC.

7. В пространстве A(0, 2, 1), B(3, 2, 1), C(2, 6, 4). Найдите BC^2 двумя способами: по координатам и через скалярное произведение.

8. Найдите t, при котором ненулевые пространственные векторы u=(1, 4, 2) и v=(t; 2; -3) перпендикулярны.

9. Объясните, почему теорема косинусов работает для любого треугольника, вершины которого лежат в пространстве.

10. Два пешехода вышли из одной точки по прямым дорогам длиной 7 км и 10 км; угол между дорогами 60°. Каково расстояние между ними по прямой? Почему нельзя просто вычесть длины путей?

Теорема косинусов · вариант 5 · № 1–5

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

1. В треугольнике две стороны равны 9 и 5, а угол между ними 120°. Найдите квадрат третьей стороны и объясните знак поправки.

2. Из одной точки проведены отрезки длины 6 и 7 под углом 90°. Найдите расстояние между их концами (в точном виде).

3. У треугольника стороны 7, 8, 13. Найдите угол между сторонами 7 и 8. Проверьте существование треугольника.

4. Сторона AC=14, ∠BAC=120°. Найдите подписанную проекцию AC на направление луча AB. Где лежит основание перпендикуляра?

5. AB=9, AC=12, ∠BAC=30°. Найдите высоту из C на прямую AB и площадь треугольника.

Теорема косинусов · вариант 5 · № 6–10

10 класс · Решение, формула, проверка условий и смысл ответа обязательны.

6. На плоскости A(-1, -1), B(4, -1), C(1, 3). Найдите BC и cos ∠BAC.

7. В пространстве A(1, 0, -2), B(1, 4, -2), C(5, 1, 1). Найдите BC^2 двумя способами: по координатам и через скалярное произведение.

8. Найдите t, при котором ненулевые пространственные векторы u=(5, 1, -2) и v=(t; 3; -4) перпендикулярны.

9. В тупоугольном треугольнике объясните, почему высота может лежать вне стороны. Почему нельзя брать AH=a cosγ как обычную неотрицательную длину?

10. Два пешехода вышли из одной точки по прямым дорогам длиной 9 км и 4 км; угол между дорогами 120°. Каково расстояние между ними по прямой? Почему нельзя просто вычесть длины путей?