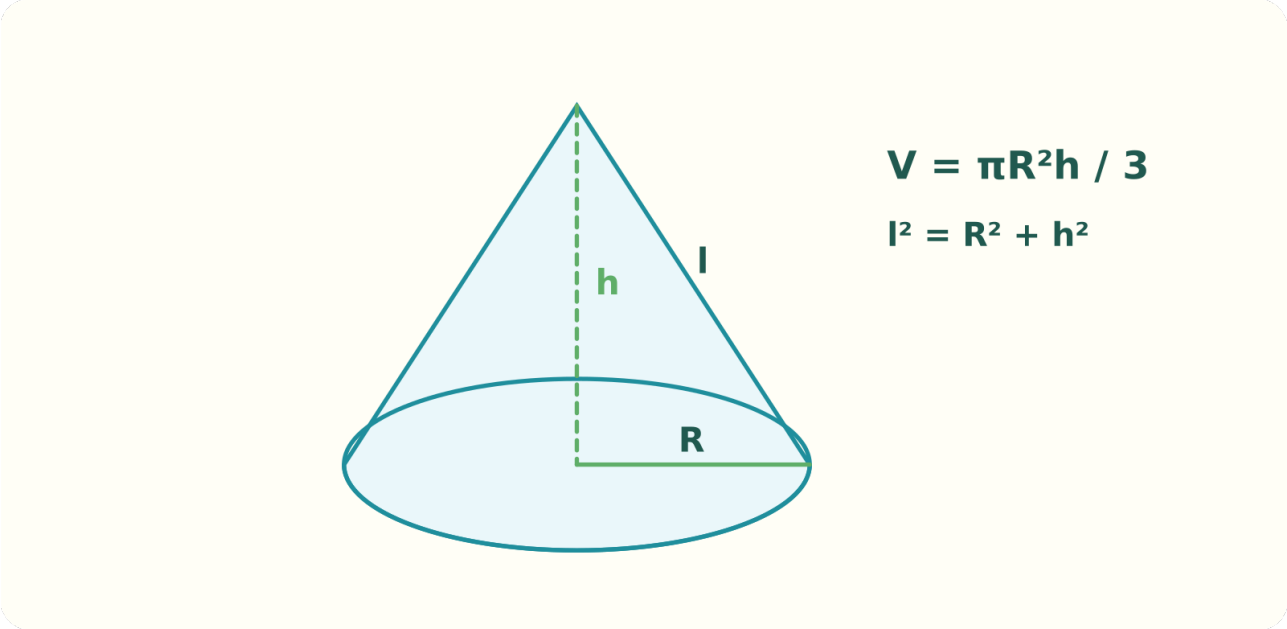
11 класс · геометрия · выпуск 21

Конус: образующая, площади и объём

Главная идея

Прямой круговой конус имеет основание радиуса R, вершину S над центром O, высоту h=SO и образующую l=SA. Из прямоугольного треугольника SOA: $l^2=R^2+h^2$. Объём $V=(1/3)\pi R^2 h$, боковая площадь $S_{бок}=\pi R l$, полная площадь $S_{полн}=\pi R(l+R)$.



Доказательство и обоснование

Боковая поверхность конуса разворачивается в сектор круга радиуса l. Длина дуги сектора равна длине окружности основания 2πR. Площадь сектора составляет половину произведения длины дуги на радиус сектора: $S_{бок}=(1/2)\cdot 2\pi R\cdot l=\pi R l$. Формула объёма следует из сравнения с цилиндром того же основания и высоты.

Порядок решения

1. Определите, дан ли радиус или диаметр основания.
2. Если задана образующая и высота, найдите недостающую величину по $l^2=R^2+h^2$.
3. Выберите формулу площади или объёма.
4. Помните, что высота и образующая различны.

На что обратить внимание

Нельзя подставлять образующую l вместо высоты h в объём $V=(1/3)\pi R^2 h$.

Разобранные примеры

Пример 1. R=3, h=4

l=5, $V=\pi\cdot 9\cdot 4/3=12\pi$.

Пример 2. R=6, l=10

$h=\sqrt{(100-36)}=8$, $V=\pi\cdot 36\cdot 8/3=96\pi$.

Пример 3. R=3, l=5

$S_{полн}=\pi\cdot 3\cdot(5+3)=24\pi$.