11 класс · Производная произведения

Расширенное объяснение. Редакция v29

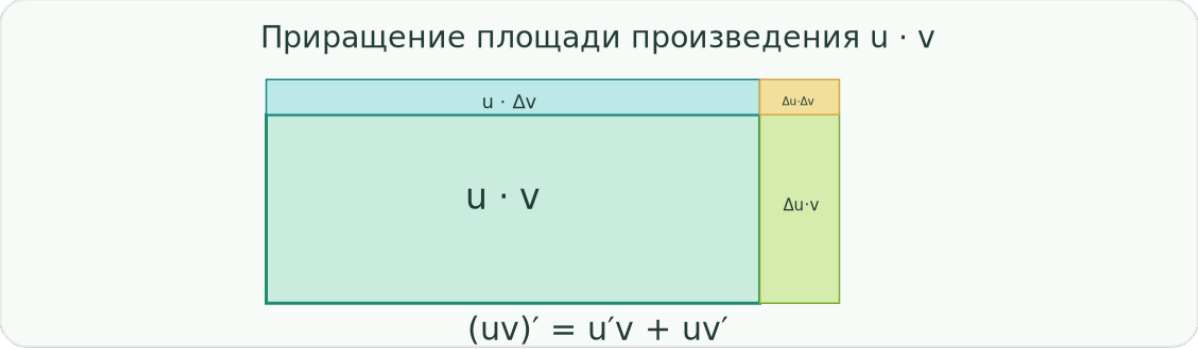
Главная идея

Для дифференцируемых функций u(x), v(x) производная произведения: (uv)′ = u′v + uv′.

Обоснование

Рассмотрим приращение: (u + Δu)(v + Δv) − uv = vΔu + uΔv + ΔuΔv. Делим на Δx и переходим к пределу: последний член исчезает, потому что Δu → 0 и Δv/Δx → v′. Получается u′v + uv′.

Наглядная схема



Порядок работы

- Выделите два множителя u(x) и v(x).
- Найдите u′ и v′ отдельно.
- Примените u′v + uv′.
- Упростите результат и при необходимости подставьте указанную точку.

Типичная ошибка

Неверно: (uv)′ = u′v′. Например, (x²)′ = 2x, а не 1.

Разобранные примеры

1. f(x) = x²(x + 1)

Решение: f′ = 2x(x + 1) + x² = 3x² + 2x. Ответ: 3x² + 2x

2. f(x) = (2x − 1)(x² + 3)

Решение: f′ = 2(x² + 3) + (2x − 1)·2x = 6x² − 2x + 6. Ответ: 6x² − 2x + 6

3. f(x) = x sin x

Решение: f′ = 1·sin x + x cos x. Ответ: sin x + x cos x