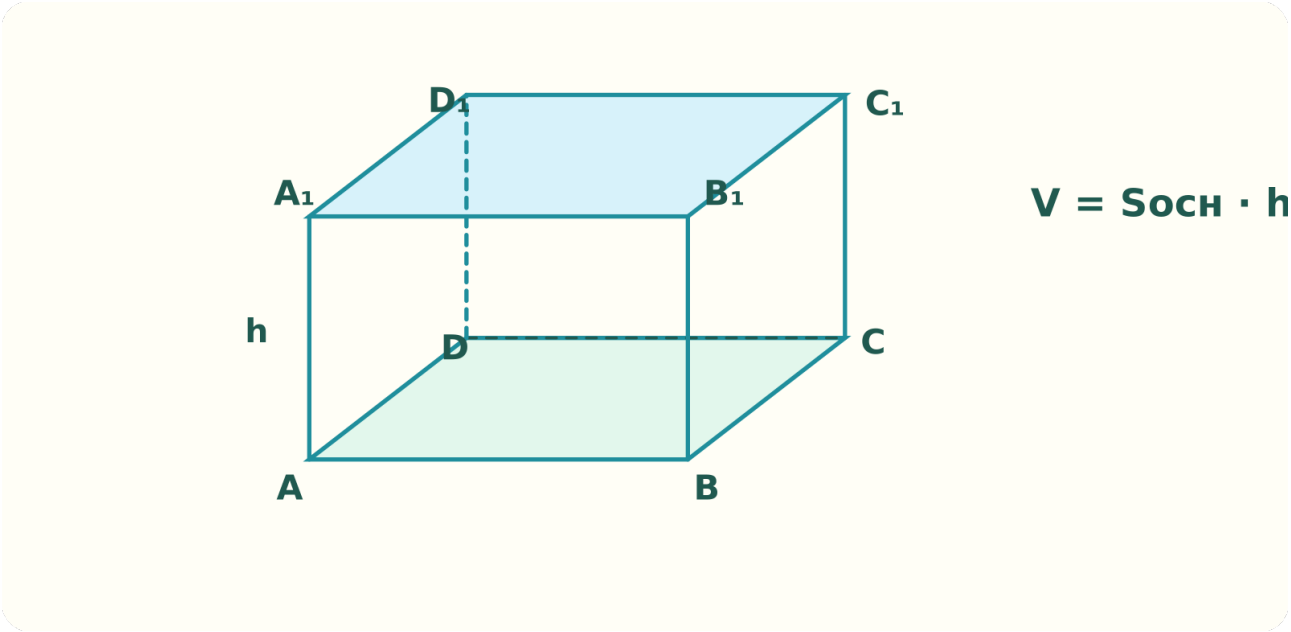
10 класс · геометрия · выпуск 21

Призмы: высота, площадь и объём

Главная идея

Призма имеет два равных многоугольных основания в параллельных плоскостях, а её боковые рёбра параллельны. Высота h — расстояние между основаниями; объём V=Sосн·h. У прямой призмы боковые рёбра перпендикулярны основаниям, а боковая площадь Sбок=Pосн·h.



Доказательство и обоснование

Доказательство формулы объёма прямой призмы можно построить по принципу Кавальери: горизонтальные сечения призмы имеют постоянную площадь Sосн; следовательно, объём равен площади сечения, умноженной на высоту. Для наклонной призмы сечения параллельно основаниям также имеют ту же площадь, поэтому формула сохраняется.

Порядок решения

1. Определите тип призмы и фигуру её основания.

2. Найдите площадь основания, используя планиметрию.

3. Найдите высоту — перпендикулярное расстояние между основаниями.

4. Для прямой призмы при необходимости вычислите боковую поверхность через периметр основания.

На что обратить внимание

Не следует подставлять наклонное боковое ребро вместо высоты, если призма не прямая.

Разобранные примеры

Пример 1. Прямая прямоугольная призма 3×4×5

$S_{осн}=3\cdot4=12$; $V=12\cdot5=60$.

Пример 2. Треугольная призма с катетами основания 6 и 8 и высотой 5

$S_{осн}=6\cdot8/2=24$; $V=24\cdot5=120$.

Пример 3. Прямоугольный параллелепипед 2×3×6

Пространственная диагональ $d=\sqrt{(2^2+3^2+6^2)}=7$.