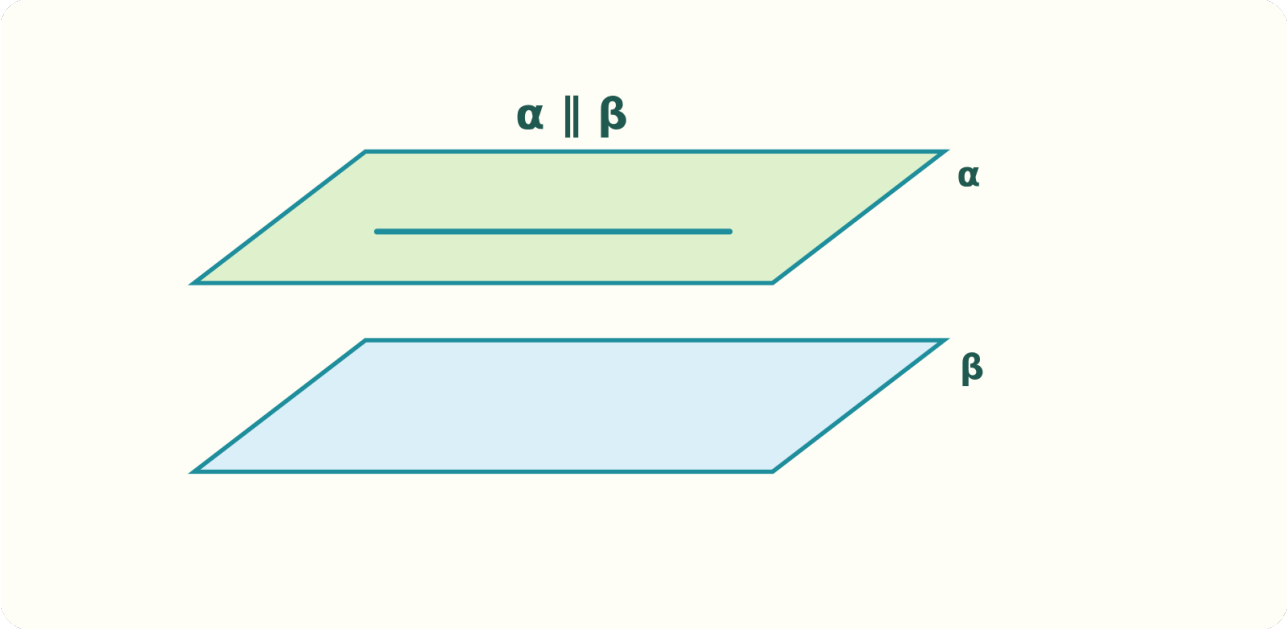
10 класс · геометрия · выпуск 21

Параллельность плоскостей

Главная идея

Две различные плоскости параллельны, если не пересекаются. Признак: если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны другой плоскости, то эти плоскости параллельны. У прямоугольного параллелепипеда противоположные грани параллельны.



Доказательство и обоснование

Пусть a,b⊂α пересекаются в O и обе параллельны плоскости β. Допустим, α и β пересекаются по прямой c. Так как a и b не пересекают β, в α обе прямые должны быть параллельны c. Но две различные прямые a и b, параллельные одной прямой c, не могут пересекаться в O. Противоречие. Следовательно, α∥β.

Порядок решения

1. Выберите две пересекающиеся прямые в первой плоскости.
2. Докажите параллельность каждой из них второй плоскости.
3. Сформулируйте признак параллельности плоскостей.
4. При вычислениях на параллельных сечениях пользуйтесь свойствами параллельного переноса.

На что обратить внимание

Параллельность только одной прямой первой плоскости второй плоскости НЕ гарантирует параллельности самих плоскостей.

Разобранные примеры

Пример 1. Верхнее и нижнее основания куба

AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 равны и направлены одинаково; основания лежат в параллельных плоскостях.

Пример 2. α и β параллельны, а γ пересекает их по a и b

Линии a и b параллельны: иначе их общая точка лежала бы одновременно в α и β.

Пример 3. Два параллельных сечения призмы

Расстояние между сечениями измеряется по общему перпендикуляру, а не по наклонному ребру.