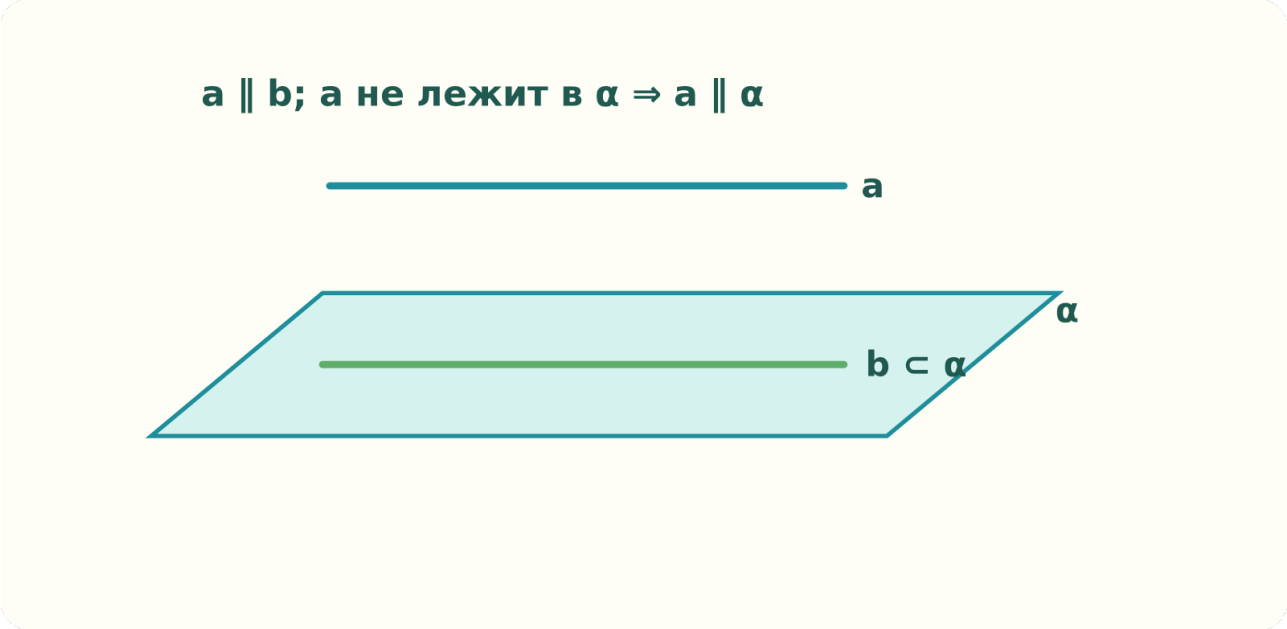
10 класс · геометрия · выпуск 21

Параллельность прямой и плоскости

Главная идея

Прямая a параллельна плоскости α, если a и α не имеют общих точек. Признак: если a параллельна прямой b, лежащей в α, и сама a не лежит в α, то a параллельна α. В параллелепипеде противоположные рёбра могут служить наглядной моделью.



Доказательство и обоснование

Предположим, что a∥b, b⊂α и a⊄α, но a пересекает α в точке P. Через точку P в плоскости α проведём прямую, параллельную b. По единственности параллельной прямой в плоскости (a,b) это должна быть a. Значит a⊂α, что противоречит условию. Следовательно, a∩α=∅.

Порядок решения

1. Найдите в заданной плоскости прямую b, параллельную рассматриваемой прямой a.
2. Убедитесь, что a не принадлежит данной плоскости.
3. Примените признак параллельности прямой и плоскости.
4. При необходимости докажите невозможность пересечения от противного.

На что обратить внимание

Недостаточно доказать a∥b, где b⊂α: если a тоже лежит в α, то a не параллельна плоскости по определению.

Разобранные примеры

Пример 1. Ребро куба AA_1 и грань BCC_1B_1

$AA_1 \parallel BB_1$ и $BB_1 \subset BCC_1B_1$. AA_1 не лежит в этой грани, поэтому $AA_1 \parallel (BCC_1B_1)$.

Пример 2. Ребро AB и задняя грань DCC_1D_1

AB∥DC, DC лежит в задней грани, AB в ней не лежит. Следовательно, AB∥(DCC_1D_1).

Пример 3. Прямая a лежит в β, $\beta \cap \alpha = b$ и $a \cap \alpha = \varnothing$

В плоскости β прямые a и b не пересекаются; значит a∥b.