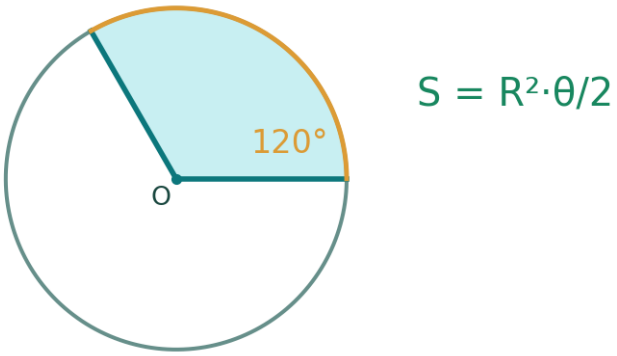
Геометрия · 9 класс · выпуск 20

Площадь круга и кругового сектора

1. Суть метода

Площадь круга радиуса R равна $S=\pi R^2$. Сектор с центральным углом α градусов занимает долю α/360 круга, значит $S_{сект}=(\alpha/360)\pi R^2$. В радианах $S_{сект}=R^2\theta/2$.



2. Почему это верно

Вывод формулы площади сектора

При равном радиусе площади секторов пропорциональны центральным углам, поскольку сектор можно разбить на одинаковые узкие части. Полный круг соответствует 360° и имеет площадь πR^2. Поэтому $S_{сект}/S_{круга}=\alpha/360$. Переводя α в радианы $\theta=\pi\alpha/180$, получаем $S_{сект}=R^2\theta/2$.

3. Алгоритм решения

1. Определите R и угол сектора.

2. Для всего круга используйте πR^2.

3. Для сектора умножьте площадь круга на долю α/360 или примените $R^2\theta/2$.

4. Ответ площади должен быть в квадратных единицах.

Типичная ошибка

Длину дуги и площадь сектора нельзя вычислять одной формулой: $l=R\theta$, а $S=R^2\theta/2$.

4. Разобранные примеры

Пример 1. R=3

Решение. $S_{круга}=9\pi$.

Пример 2. R=6, α=60°

Решение. $S_{сект}=(1/6)\cdot 36\pi=6\pi$.

Пример 3. $R=4$, $\theta=\pi/2$

Решение. $S_{сект}=(16\cdot\pi/2)/2=4\pi$.

Пример 4. Площадь кольца с радиусами 5 и 3

Решение. $S=\pi(25-9)=16\pi$.

5. Задачи для самостоятельной работы

Уровень А — базовый

1. Найдите площадь круга радиуса 7 см.

2. Сектор $R=6$ см, угол $90°$. Найдите площадь.

3. Сектор $R=4$ см, угол $120°$. Найдите площадь.

Уровень Б — углублённый

4. Сектор $R=8$ см, $\theta=\pi/4$. Найдите площадь.

5. Площадь круга 81π см². Найдите радиус.

6. Даны два концентрических круга радиусов 10 и 6 см. Найдите площадь кольца.

Уровень В — математическая школа

7. Докажите, что сектор в $72°$ имеет площадь ровно $1/5$ площади круга.

8. Площадь сектора радиуса 6 см равна 9π см². Найдите угол в градусах.