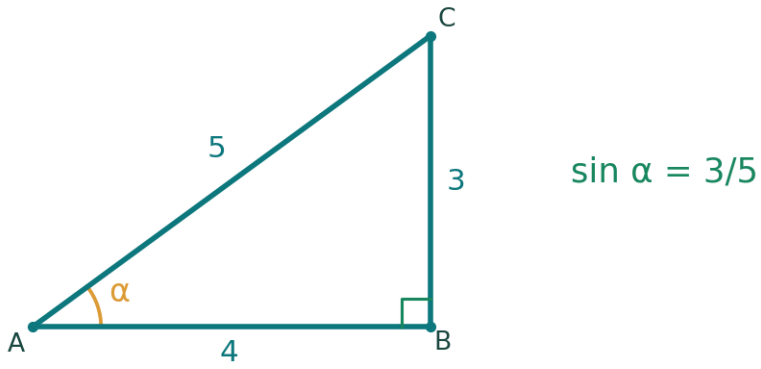
Геометрия · 9 класс · выпуск 20

Синус, косинус и тангенс острого угла

1. Суть метода

В прямоугольном треугольнике sin α = противолежащий катет / гипотенуза, cos α = прилежащий катет / гипотенуза, tg α = противолежащий / прилежащий. Для острого угла выполняется $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.



2. Почему это верно

Доказательство основного тригонометрического тождества

Пусть катеты a,b, гипотенуза c. Тогда $\sin\alpha=a/c$, $\cos\alpha=b/c$. По теореме Пифагора $a^2+b^2=c^2$. Следовательно $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=(a^2+b^2)/c^2=1$.

3. Алгоритм решения

1. Отметьте угол α.

2. Подпишите противолежащий и прилежащий к нему катеты.

3. Выберите отношение из определения sin, cos или tg.

4. Если известны две стороны, проверьте третью по теореме Пифагора.

Типичная ошибка

Прилежащий и противолежащий катеты зависят от выбранного острого угла. Гипотенуза от этого не меняется.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Катеты 3,4, гипотенуза 5; напротив α катет 3

Решение. $\sin\alpha=3/5$, $\cos\alpha=4/5$, $\operatorname{tg}\alpha=3/4$.

Пример 2. $\sin\alpha=5/13$ и α острый

Решение. $\cos\alpha=\sqrt{1-25/169}=12/13$.

Пример 3. Катет напротив α равен 6, гипотенуза 10

Решение. $\sin\alpha = 6/10 = 3/5$.

Пример 4. $\cos\alpha = \sqrt{3}/2$, α острый

Решение. $\alpha = 30°$, $\sin\alpha = 1/2$.

5. Задачи для самостоятельной работы

Уровень А — базовый

1. В прямоугольном треугольнике катет напротив α равен 5, гипотенуза 13. Найдите $\sin\alpha$.

2. Катет возле α равен 8, гипотенуза 17. Найдите $\cos\alpha$.

3. Катеты 6 и 8, α напротив катета 6. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$.

Уровень Б — углублённый

4. $\sin\alpha = 3/5$, α острый. Найдите $\cos\alpha$.

5. $\cos\alpha = 12/13$, α острый. Найдите $\sin\alpha$.

6. Найдите $\sin 30°$, $\cos 60°$, $\operatorname{tg} 45°$.

Уровень В — математическая школа

7. Докажите, что $\sin\alpha$ меньше 1 для любого острого угла α.

8. Если $\sin\alpha = \cos\alpha$ и α острый, найдите α.