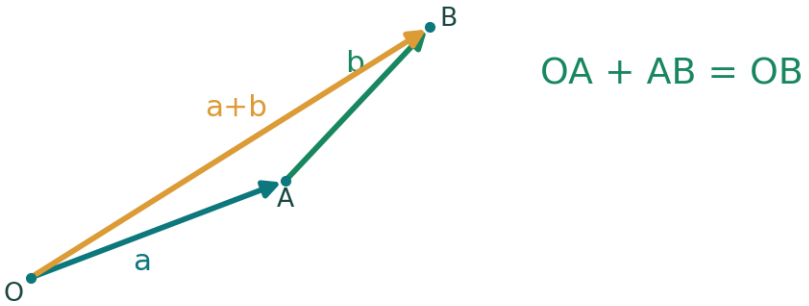
Геометрия · 9 класс · выпуск 20

Сложение и вычитание векторов. Правила треугольника и параллелограмма

1. Суть метода

Сложение векторов по координатам: $(a_1;a_2)+(b_1;b_2)=(a_1+b_1;a_2+b_2)$. Разность: $a-b=a+(-b)$. Геометрически сумма двух последовательных перемещений даёт перемещение из начальной точки в конечную.



2. Почему это верно

Правило треугольника (тождество Шаля)

Пусть точки A, B и C произвольны. По координатам $AB=(x_B-x_A;y_B-y_A)$, $BC=(x_C-x_B;y_C-y_B)$. При сложении сокращаются координаты B и получается $(x_C-x_A;y_C-y_A)=AC$. Следовательно $AB+BC=AC$.

3. Алгоритм решения

1. Для координатного способа сложите соответствующие координаты.

2. Для разности прибавьте противоположный вектор.

3. На рисунке перенесите второй вектор к концу первого, не меняя его длину и направление.

4. Сложение проверьте обратным действием: $(a+b)-b=a$.

Типичная ошибка

Не складывайте длины векторов как обычные числа: $|a+b|$, вообще говоря, не равно $|a|+|b|$.

4. Разобранные примеры

Пример 1. $a=(2;3)$, $b=(-1;4)$

Решение. $a+b=(1;7)$, $a-b=(3;-1)$.

Пример 2. $AB=(2;1)$, $BC=(3;-2)$

Решение. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(5;-1)$.

Пример 3. $\vec{a}=(4;-2)$

Решение. $-\vec{a}=(-4;2)$, $3\vec{a}=(12;-6)$.

Пример 4. $\vec{a}=(1;0)$, $\vec{b}=(0;1)$

Решение. $\vec{a}+\vec{b}=(1;1)$, $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2}$, а $|\vec{a}|+|\vec{b}|=2$.

5. Задачи для самостоятельной работы

Уровень А — базовый

1. $\vec{a}=(3;2)$, $\vec{b}=(-1;5)$. Вычислите $\vec{a}+\vec{b}$.

2. $\vec{a}=(5;-3)$, $\vec{b}=(2;4)$. Найдите $\vec{a}-\vec{b}$.

3. Найдите $2\vec{a}$ для $\vec{a}=(-3;4)$.

Уровень Б — углублённый

4. Если $\overrightarrow{AB}=(2;-1)$, $\overrightarrow{BC}=(5;3)$, найдите $\overrightarrow{AC}$.

5. Найдите вектор $\vec{x}$ из $\vec{x}+(2;-5)=(7;1)$.

6. Найдите длину суммы векторов $(1;2)$ и $(2;2)$.

Уровень В — математическая школа

7. Докажите координатно $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$.

8. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют длину 1 и взаимно перпендикулярны. Найдите $|\vec{a}+\vec{b}|$.