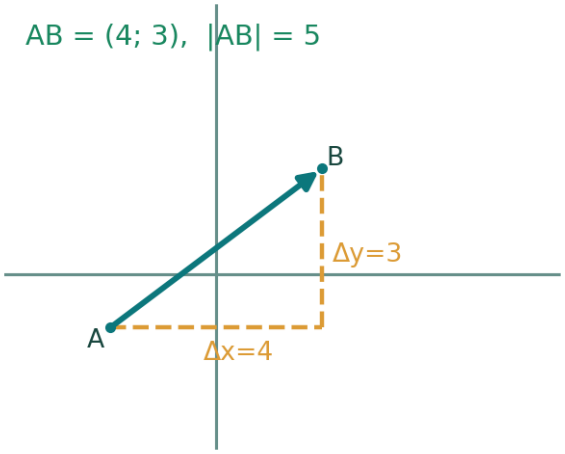
Геометрия · 9 класс · выпуск 20

Координаты вектора и расстояние между точками

1. Суть метода

Если $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$, то координаты вектора AB равны $(x_2-x_1;\ y_2-y_1)$. Длина вектора $(x;y)$ есть $\sqrt{(x^2+y^2)}$. Расстояние AB равно длине вектора AB.



2. Почему это верно

Откуда берётся формула расстояния

Из точек A и B опустим перпендикуляры на прямые, параллельные осям. Получится прямоугольный треугольник с катетами $|x_2-x_1|$ и $|y_2-y_1|$, а отрезок AB будет его гипотенузой. По теореме Пифагора $AB^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$.

3. Алгоритм решения

1. Из координат конца B вычтите координаты начала A.

2. Возьмите квадраты обеих координат полученного вектора.

3. Сложите и извлеките арифметический квадратный корень.

4. Для проверки поменяйте точки A и B: длина не изменится, а вектор поменяет знак.

Типичная ошибка

В координатах AB вычитают начало из конца, а не наоборот. Длина вектора не может быть отрицательной.

4. Разобранные примеры

Пример 1. $A(1;2)$, $B(5;5)$

Решение. $AB=(4;3)$, $|AB|=\sqrt{(16+9)}=5$.

Пример 2. $A(-2;3)$, $B(4;-5)$

Решение. $\overrightarrow{AB}=(6;-8)$, $|AB|=\sqrt{(36+64)}=10$.

Пример 3. Вектор $\vec{a}=(-5;12)$

Решение. $|\vec{a}|=\sqrt{(25+144)}=13$.

Пример 4. Середина отрезка A(−2;0), B(6;8)

Решение. $M=((-2+6)/2;(0+8)/2)=(2;4)$.

5. Задачи для самостоятельной работы

Уровень А — базовый

1. A(0;0), B(3;4). Найдите координаты и длину AB.

2. A(2;−1), B(7;11). Найдите длину.

3. Найдите длину вектора (8;−6).

Уровень Б — углублённый

4. A(−3;4), B(1;1). Найдите AB и BA.

5. Найдите середину отрезка A(1;−3), B(9;5).

6. A(−2;−3), B(4;5). Найдите длину AB.

Уровень В — математическая школа

7. Докажите, что расстояние между A(2;1) и B(−2;−2) равно 5.

8. Найдите все значения t, для которых вектор (t;4) имеет длину 5.