9 класс · расширенный урок · выпуск 18

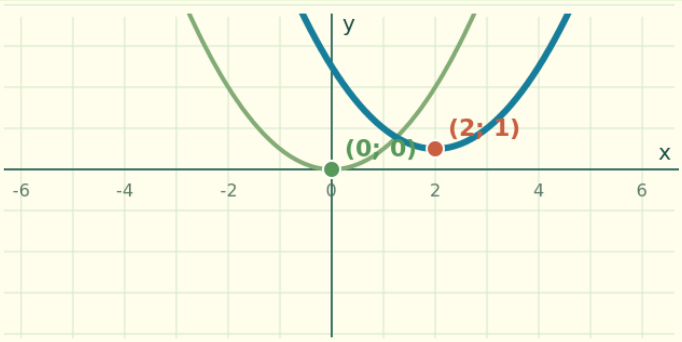
Сдвиги графиков функций

Преобразуем графики без новой таблицы сотен точек: сдвиг вправо и вверх, отражение и растяжение.

Основная идея

График y=f(x−h)+k получается из y=f(x) сдвигом на h вправо и k вверх (отрицательные h,k означают противоположные направления). Множитель a в y=a·f(x) растягивает график по вертикали в |a| раз и отражает относительно Ox при a<0.

Сдвиги графиков: перенос вершины



Базовый: y = x²

Новый: y = (x − 2)² + 1

Сдвиг вправо на 2

Сдвиг вверх на 1

Каждая точка параболы переходит из (x; y) в (x+2; y+1)

Почему это работает?

Если (t,f(t)) лежит на исходном графике, то для новой функции g(x)=f(x−h)+k в точке x=t+h получаем g(t+h)=f(t)+k. Значит каждой точке соответствует точка (t+h,f(t)+k), то есть перенос на вектор (h;k).

Пошаговый алгоритм

1. Выберите базовый график, например y=x².
2. Прочитайте внутренний сдвиг: x−h переносит вправо на h, x+h — влево на h.
3. Прочитайте внешний сдвиг +k вверх, −k вниз.
4. При множителе a учитывайте отражение и вертикальное растяжение.
5. Проверьте вершину и одну дополнительную точку подстановкой.

Типичная ошибка

В y=(x−3)² сдвиг вправо на 3, хотя внутри скобок стоит минус. График y=x²+3 сдвинут вверх, а не вправо.

Пять разобранных примеров

Пример 1. $y=(x-2)^2+3$

• Базовая вершина (0;0) переносится вправо на 2 и вверх на 3.

Ответ: вершина (2;3)

Пример 2. $y=(x+4)^2-1$

• Сдвиг влево на 4 и вниз на 1.

Ответ: вершина $(-4;-1)$

Пример 3. $y=-(x-1)^2+2$

• Отражаем базовую параболу относительно Ox, затем переносим.

Ответ: вершина (1;2), максимум 2

Пример 4. $y=2(x+1)^2$

• Сдвиг влево на 1 и вертикальное растяжение в 2 раза.

Ответ: вершина $(-1;0)$

Пример 5. Принадлежит ли (3;4) графику $y=(x-1)^2$?

• При $x=3$ получаем $(3-1)^2=4$.

Ответ: да

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.