9 класс · Сумма геометрической прогрессии

Расширенное объяснение. Редакция v29

Главная идея

Если каждый следующий член в q раз больше предыдущего, то $b_n = b_1q^{n-1}$, а $S_n = b_1(q^n - 1)/(q - 1)$ при $q \neq 1$.

Обоснование

Пусть $S = b_1 + b_1q + ... + b_1q^{n-1}$. Тогда $qS = b_1q + ... + b_1q^n$. Вычтем: $qS - S = b_1(q^n - 1)$. Отсюда формула суммы. При $q = 1$ все члены равны b_1, поэтому $S_n = nb_1$.

Наглядная схема



Порядок работы

- Найдите b_1, знаменатель прогрессии q и число членов n.
- Если $q = 1$, используйте $S_n = nb_1$.
- Иначе вычислите q^n и подставьте в формулу.
- Сравните ответ с прямым сложением первых членов.

Типичная ошибка

Показатель в формуле n-го члена равен $n - 1$, но в формуле суммы стоит n. Не забывайте отдельный случай $q = 1$.

Разобранные примеры

1. 1 + 2 + 4 + 8

Решение: $b_1 = 1$, $q = 2$, $n = 4$; $S_4 = (2^4 - 1)/(2 - 1)$. Ответ: 15

2. 3 + 6 + 12 + 24 + 48

Решение: $b_1 = 3$, $q = 2$, $n = 5$; $S_5 = 3(32 - 1)$. Ответ: 93

3. 8 + 4 + 2 + 1

Решение: $b_1 = 8$, $q = 1/2$, $n = 4$; удобно сложить напрямую. Ответ: 15