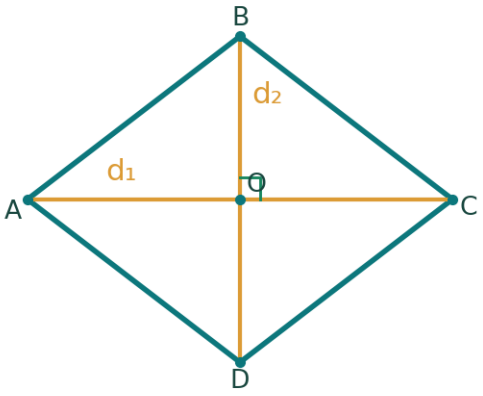
Геометрия · 8 класс · выпуск 20

Площадь ромба: диагонали, высота и доказательство

1. Суть метода

Ромб — параллелограмм, у которого все стороны равны. Его диагонали взаимно перпендикулярны и делят друг друга пополам. Поэтому площадь ромба S = d₁·d₂/2. Также S = a·h, где a — сторона, h — высота.



$$S = d_1 \cdot d_2 / 2$$

2. Почему это верно

Почему площадь равна половине произведения диагоналей

Пусть диагонали AC = d₁ и BD = d₂ пересекаются в O. Они перпендикулярны и делятся пополам. Ромб разбивается на четыре прямоугольных треугольника с катетами d₁/2 и d₂/2. Суммарная площадь равна 4·(d₁/2)·(d₂/2)/2 = d₁d₂/2.

3. Алгоритм решения

1. Определите, что дано: диагонали, высота или сторона.

2. Выберите подходящую формулу: S=d₁d₂/2 либо S=ah.

3. Если нужна сторона, используйте прямоугольный треугольник из половин диагоналей.

4. Проверьте размерность: площадь измеряется в квадратных единицах.

Типичная ошибка

Не всякий параллелограмм имеет перпендикулярные диагонали. Формулу S=d₁d₂/2 без множителя sin угла диагоналей используем именно для ромба.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Диагонали ромба 6 и 10 см

Решение. S=6·10/2=30 см².

Пример 2. Сторона 8 см и высота 5 см

Решение. $S = 8 \cdot 5 = 40$ см².

Пример 3. Диагонали 12 и 16 см

Решение. Половины диагоналей 6 и 8. Сторона $a = \sqrt{(6^2+8^2)} = 10$ см; площадь 96 см².

Пример 4. Площадь 48 см², одна диагональ 8 см

Решение. Вторая диагональ $d_2 = 2S/d_1 = 96/8 = 12$ см.

5. Задачи для самостоятельной работы

Уровень А — базовый

1. Диагонали ромба равны 8 и 14 см. Найдите площадь.

2. Сторона 9 см, высота 4 см. Найдите площадь.

3. Площадь ромба 75 см², одна диагональ 10 см. Найдите вторую.

Уровень Б — углублённый

4. Диагонали 10 и 24 см. Найдите сторону ромба.

5. Сторона ромба 13 см, одна диагональ 10 см. Найдите вторую диагональ.

6. Площадь ромба 60 см², сторона 12 см. Найдите высоту.

Уровень В — математическая школа

7. Докажите, что ромб с диагоналями $2p$ и $2q$ имеет площадь $2pq$.

8. Диагонали ромба увеличили в 3 и 2 раза соответственно. Как изменилась площадь?