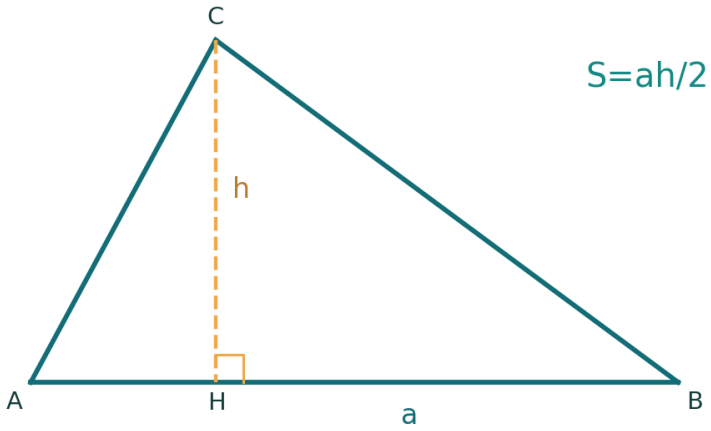
Геометрия · 8 класс

Площадь треугольника: основания и высоты

1. Основная идея

Площадь треугольника равна половине произведения основания на проведённую к нему высоту: S=ah/2. Высота может проходить вне треугольника, если он тупоугольный. Треугольники с общей высотой имеют площади, пропорциональные основаниям.



2. Доказательство

Почему площадь равна половине произведения

Пристроим к треугольнику равный ему треугольник так, чтобы вместе они образовали параллелограмм с тем же основанием a и высотой h. Площадь параллелограмма равна ah, а площадь каждого из двух равных треугольников — половина: S=ah/2.

3. Как действовать

1. Выберите сторону за основание.

2. Опустите к прямой основания перпендикуляр из противоположной вершины.

3. Умножьте длину основания на высоту и разделите на 2.

4. Для отношений площадей сначала проверьте, общая ли высота.

Типичная ошибка

Нельзя принимать боковую наклонную сторону за высоту. Даже если основание продолжено за пределы треугольника, высота остаётся перпендикулярной его прямой.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Основание 10, высота 6

Решение. S=10·6/2=30.

Пример 2. Площадь 24, основание 8

Решение. $h = 2S/a = 48/8 = 6$.

Пример 3. Прямоугольный треугольник, катеты 5 и 12

Решение. Катеты перпендикулярны; $S = 5 \cdot 12/2 = 30$.

Пример 4. Общее основание 12 и высоты 3 и 5

Решение. Площади 18 и 30, отношение 3:5.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Основание 7 см, высота 4 см. Найдите площадь.

2. Основание 15 см, высота 6 см. Найдите площадь.

3. Площадь 36 см², основание 9 см. Найдите высоту.

4. Катеты прямоугольного треугольника 8 и 9 см. Найдите площадь.

Б · Углублённый уровень

5. Два треугольника имеют общее основание 10 см и равные высоты по 7 см. Сравните площади.

6. Основание увеличили втрое, а высоту уменьшили вдвое. Во сколько раз изменилась площадь?

7. Докажите, что медиана делит площадь треугольника пополам.

В · Математическая школа

8. Площадь параллелограмма 84 см². Найдите площадь треугольника, ограниченного его диагональю и двумя сторонами.

9. У двух треугольников одна высота, основания 4 и 10 см. Найдите отношение площадей.

10. Почему формула $S = ah/2$ верна для тупоугольного треугольника?