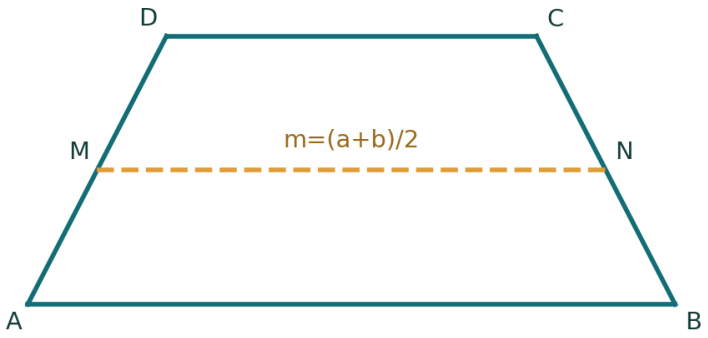
Геометрия · 8 класс

Трапеция: средняя линия и площадь

1. Основная идея

Трапеция — четырёхугольник с одной парой параллельных противоположных сторон (основаниями). Средняя линия соединяет середины боковых сторон, параллельна основаниям и равна их полусумме. Площадь S=(a+b)h/2.



2. Доказательство

Почему средняя линия равна полусумме оснований

Проведём диагональ AC трапеции ABCD, AB∥CD. Пусть M,N — середины AD и BC, K — середина AC. В треугольнике ADC отрезок MK — средняя линия: MK∥CD, MK=CD/2. В треугольнике ABC отрезок KN — средняя линия: KN∥AB, KN=AB/2. Так как AB∥CD, точки M,K,N лежат на одной прямой и MN=(AB+CD)/2.

3. Как действовать

1. Различайте основания (параллельные стороны) и боковые стороны.

2. Средняя линия m=(a+b)/2.

3. Для площади дополнительно нужна высота h, перпендикулярная основаниям.

4. Для равнобедренной трапеции учитывайте равенство углов при каждом основании.

Типичная ошибка

Нельзя подставлять боковую сторону вместо высоты: наклонная боковая сторона обычно длиннее высоты. Формула средней линии не применима к произвольному четырёхугольнику.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Основания 8 и 14

Решение. Средняя линия $m=(8+14)/2=11$.

Пример 2. Основания 7 и 13, высота 5

Решение. $S=(7+13)\cdot 5/2=50$.

Пример 3. Равнобедренная трапеция, угол при нижнем основании 65°

Решение. Оба нижних угла 65°, оба верхних 115°.

Пример 4. Средняя линия 9, одно основание 7

Решение. Из $(7+b)/2=9$ получаем $b=11$.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Основания 6 и 14 см. Найдите среднюю линию.

2. Средняя линия 13 см, одно основание 9 см. Найдите второе.

3. Основания 5 и 9 см, высота 4 см. Найдите площадь.

4. Площадь 60 см², основания 8 и 12 см. Найдите высоту.

Б · Углублённый уровень

5. Нижний угол равнобедренной трапеции 70°. Найдите верхний угол при той же боковой стороне.

6. Выведите формулу площади трапеции, разбив её диагональю на два треугольника.

7. Докажите формулу средней линии трапеции.

В · Математическая школа

8. Равнобедренная трапеция имеет основания 18 и 10, боковую сторону 5. Найдите площадь.

9. Средняя линия 12, основания относятся как 2:1. Найдите основания.

10. Докажите, что диагонали равнобедренной трапеции равны.