8 класс · расширенный урок · выпуск 18

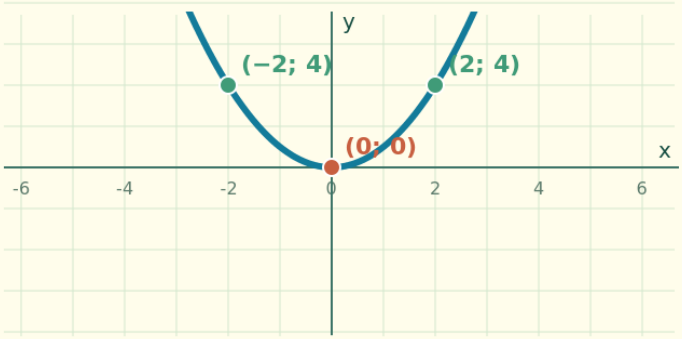
Функция y = x²

Первое знакомство с параболой: таблица значений, симметрия, вершина и области монотонности.

Основная идея

График y=x² — парабола с вершиной (0;0). Область определения — все действительные числа, значения y≥0. На отрицательной полуоси функция убывает, на положительной возрастает.

График y = x²: симметричная парабола



y = x²

Симметрия: x ↔ −x

Минимум равен 0

x² ≥ 0 для любого x

Пары точек (−2;4) и (2;4) зеркально расположены относительно оси Oy

Почему это работает?

Для всех x выполнено x²=(−x)², поэтому график симметричен относительно оси Oy. При x≥0 увеличение x увеличивает квадрат. При x≤0 приближение x к нулю уменьшает |x| и его квадрат.

Пошаговый алгоритм

1. Составьте таблицу для x=−3,−2,−1,0,1,2,3.
2. Поставьте точки (x;x²) на координатной плоскости.
3. Соедините их плавной симметричной кривой, не ломаной.
4. Определите вершину (0;0), ось симметрии x=0.
5. Используйте y≥0 и симметрию для решения уравнений и неравенств графически.

Типичная ошибка

Парабола не является прямой и не проходит через точки с отрицательной ординатой; x²≥0 для любого действительного x.

Пять разобранных примеров

Пример 1. Найдите y для x=−3

• Подстановка: y=(−3)².

Ответ: 9

Пример 2. При каком x значение y=4?

• $x^2=4$.

• Берём оба квадратных корня.

Ответ: $x=-2$ или $x=2$

Пример 3. При каком x выполнено $x^2<9$?

• Это точки параболы ниже y=9.

• Получаем $|x|<3$.

Ответ: $-3<x<3$

Пример 4. Сравните f(−2) и f(3) для $f(x)=x^2$

• $f(-2)=4$, $f(3)=9$.

Ответ: $f(-2)<f(3)$

Пример 5. Найдите минимум x^2+5

• $x^2\geq 0$ и равен нулю при x=0.

Ответ: 5 при x=0

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.