8 класс · расширенный урок · выпуск 18

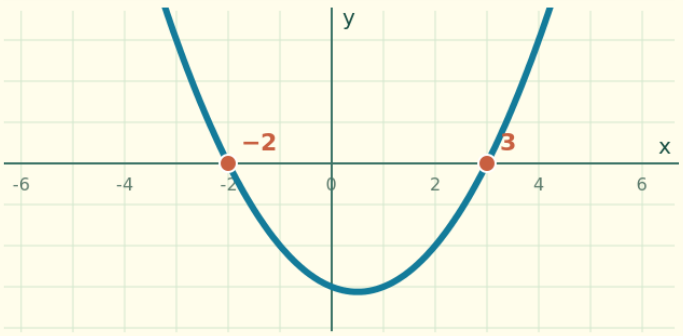
Квадратное уравнение

Квадратные уравнения связывают разложение на множители, площадь прямоугольника и нули параболы. Научимся сначала понимать структуру, а затем вычислять корни.

Основная идея

Уравнение $ax^2+bx+c=0$, где $a\neq0$, называют квадратным. Если удалось представить левую часть как $(px+q)(rx+s)$, произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один множитель равен нулю.

Корни квадратного уравнения и парабола



(x + 2)(x − 3) = 0

Корни: −2 и 3

Нули = пересечения с Ox

Не делите на (x + 2)!

Точки пересечения графика с Ox показывают действительные корни уравнения

Почему это работает?

Вещественные числа не имеют делителей нуля: из $uv=0$ следует $u=0$ или $v=0$. Поэтому уравнение $(x-2)(x+3)=0$ равносильно двум линейным уравнениям $x-2=0$ и $x+3=0$. Однако делить на $x-2$ нельзя: так можно потерять корень $x=2$.

Пошаговый алгоритм

1. Приведите уравнение к виду $ax^2+bx+c=0$.
2. Проверьте, нет ли общего множителя, формулы сокращённого умножения или разложения.
3. Если произведение множителей равно нулю, приравняйте каждый множитель к нулю.
4. Если разложение неудобно, перейдите к дискриминанту.
5. Подставьте все найденные корни в исходное уравнение.

Типичная ошибка

Нельзя делить уравнение $x(x-5)=0$ на x: при этом исчезнет корень $x=0$. Нельзя заменять $x^2=9$ равенством $x=3$: есть и корень -3.

Пять разобранных примеров

Пример 1. $x^2-5x+6=0$

• Подбираем числа с суммой -5 и произведением 6: -2, -3.

• $(x-2)(x-3)=0$.

Ответ: $x=2$ или $x=3$

Пример 2. $x^2-9=0$

• Разность квадратов: $(x-3)(x+3)=0$.

Ответ: $x=-3$ или $x=3$

Пример 3. $2x^2-8x=0$

• Выносим $2x$: $2x(x-4)=0$.

Ответ: $x=0$ или $x=4$

Пример 4. $x^2+4x+4=0$

• Левая часть — $(x+2)^2$.

Ответ: $x=-2$ (двукратный корень)

Пример 5. $3x^2+3x-6=0$

• Делим на 3: $x^2+x-2=0$.

• Раскладываем: $(x+2)(x-1)=0$.

Ответ: $x=-2$ или $x=1$

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.