8 класс · расширенный урок · выпуск 17

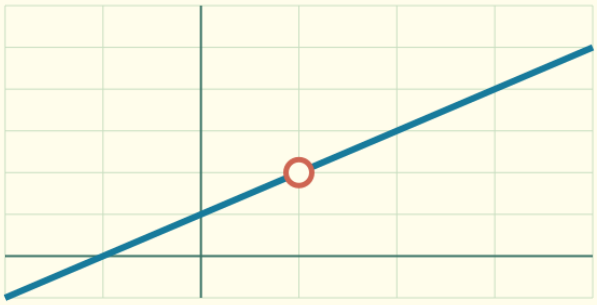
Основное свойство алгебраической дроби

Сокращение алгебраических дробей: разложение числителя и знаменателя на множители, допустимые значения и проверка результата.

Основная идея

Если k≠0, то a/b=(ak)/(bk) при b≠0. Поэтому общий ненулевой множитель числителя и знаменателя можно сократить, сохранив исходную ОДЗ.

Сокращение дроби не отменяет ОДЗ



x=1 исключён

y=x+1

Нет точки (1; 2)

(x²−1)/(x−1) = x+1 только при x≠1

Почему это работает?

Для b≠0 и k≠0 выполняется (ak)/(bk)=(a/b)·(k/k)=a/b, поскольку k/k=1. Если общий множитель зависит от x и может обратиться в нуль, обязательно исключите такие значения до сокращения.

Пошаговый алгоритм

1. Найдите ОДЗ по исходному знаменателю.
2. Разложите числитель и знаменатель на множители.
3. Сократите одинаковые множители лишь на ОДЗ.
4. Запишите упрощённое выражение вместе с исключёнными значениями.
5. Проверьте, что эквивалентность верна на исходной ОДЗ.

Типичная ошибка

Дробь (x−1)/(x−1) равна единице только при x≠1. Отмена общего множителя не делает исходное выражение определённым при x=1.

Пять разобранных примеров

Пример 1. 3x/(6x²)

• При x≠0 сокращаем 3x.

Ответ: 1/(2x), x≠0

Пример 2. $(x^2-9)/(x-3)$

• $x^2-9=(x-3)(x+3)$.

• Сократим $x-3$, сохраняя ОДЗ.

Ответ: $x+3$, $x\neq 3$

Пример 3. $(x^2+2x)/x$

• Вынесем x в числителе: $x(x+2)$.

Ответ: $x+2$, $x\neq 0$

Пример 4. $(x^2-4)/(x^2-4)$

• На ОДЗ числитель равен знаменателю и ненулевой.

Ответ: 1, $x\neq -2$ и $x\neq 2$

Пример 5. $(x-1)/(x^2-1)$

• Знаменатель $(x-1)(x+1)$.

• Сокращаем $x-1$ при $x\neq \pm 1$.

Ответ: $1/(x+1)$, $x\neq -1,1$

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.