8 класс · расширенный урок · выпуск 17

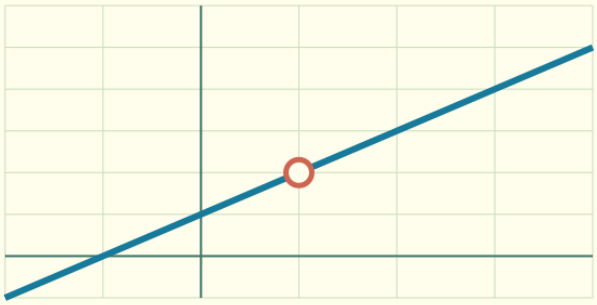
Рациональные выражения и ОДЗ

Вводим алгебраические дроби, область допустимых значений (ОДЗ) и правила их сложения. Учимся не терять ограничения при сокращении.

Основная идея

Алгебраическая дробь P(x)/Q(x) определена только при Q(x)≠0. При преобразованиях можно получить более простое выражение, но допустимые значения x берутся из исходного знаменателя.

Алгебраическая дробь: значение в «выколотой» точке



x=1 исключён

y=x+1

Нет точки (1; 2)

(x²−1)/(x−1) = x+1 только при x≠1

Почему это работает?

Деление на нуль не определено. Например, (x²−1)/(x−1)=(x−1)(x+1)/(x−1)=x+1 лишь при x≠1. Новая формула x+1 определена и при x=1, но исходная дробь в этой точке не имеет значения.

Пошаговый алгоритм

1. Найдите все знаменатели исходного выражения.
2. Выпишите значения переменной, при которых каждый знаменатель равен нулю.
3. Исключите эти значения из ОДЗ.
4. Выполните сложение, разложение на множители и сокращение.
5. В ответе сохраните исходную ОДЗ; проверьте её при решении уравнений.

Типичная ошибка

Упрощение (x²−1)/(x−1)=x+1 нельзя использовать для подстановки x=1 в первоначальную дробь.

Пять разобранных примеров

Пример 1. Найдите ОДЗ (x+1)/(x−2).

• Знаменатель x−2 не равен нулю.

Ответ: x≠2

Пример 2. Найдите ОДЗ $2x/(x^2-9)$.

• $x^2-9=(x-3)(x+3)$.

• Оба множителя не должны быть нулём.

Ответ: $x\neq-3$ и $x\neq3$

Пример 3. $(x+3)/(x-1)+2/(x-1)$

• При одинаковом знаменателе складываем числители.

Ответ: $(x+5)/(x-1)$, $x\neq1$

Пример 4. $(x^2-1)/(x-1)$

• Разложим числитель.

• Сократим $x-1$ только при $x\neq1$.

Ответ: $x+1$ при $x\neq1$

Пример 5. $1/x+1/(x+1)$

• Общий знаменатель $x(x+1)$.

• $(x+1+x)/(x(x+1))$.

Ответ: $(2x+1)/(x(x+1))$, $x\neq0$ и $x\neq-1$

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.