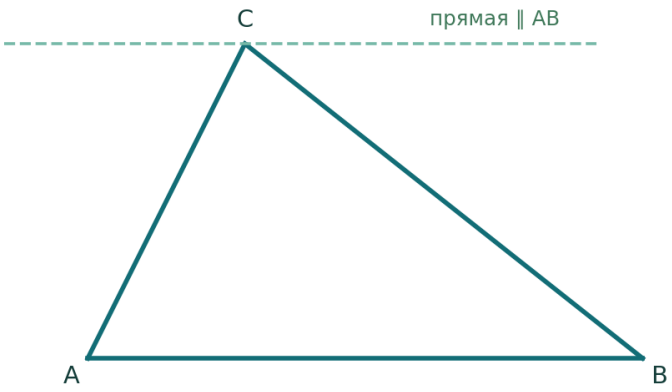
Геометрия · 7 класс

Сумма углов треугольника и внешний угол

1. Основная идея

Сумма внутренних углов любого треугольника на евклидовой плоскости равна 180°. Внешний угол равен сумме двух внутренних несмежных. Для равнобедренного треугольника углы при основании равны.



2. Доказательство

Доказательство суммы углов треугольника

Через вершину C треугольника ABC проведём прямую, параллельную AB. Два угла при вершине C, образованные этой прямой со сторонами CA и CB, равны углам A и B как накрест лежащие. Вместе с ∠C они образуют развёрнутый угол. Следовательно, ∠A+∠B+∠C=180°.

3. Как действовать

1. Отметьте известные углы и обозначьте неизвестный x.

2. Используйте сумму 180° или теорему о внешнем угле.

3. Для равнобедренного треугольника сначала найдите равные углы.

4. Проверьте, что все найденные углы положительны.

Типичная ошибка

Внешний угол не равен смежному внутреннему: он вместе с ним равен 180°. А равен он сумме двух внутренних НЕсмежных углов.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Два угла 50° и 60°

Решение. Третий равен 180°−50°−60°=70°.

Пример 2. Внешний угол 125°, один удалённый 40°

Решение. Другой удалённый внутренний угол равен $125° - 40° = 85°$.

Пример 3. Равнобедренный: вершина 40°

Решение. Углы при основании равны $(180° - 40°)/2 = 70°$.

Пример 4. Прямоугольный: острый угол 37°

Решение. Второй острый угол равен $90° - 37° = 53°$.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Два угла треугольника 45° и 70°. Найдите третий.

2. Углы треугольника равны x, 2x и 3x. Найдите их.

3. Внешний угол 120°, один удалённый 35°. Найдите другой.

4. Углы при основании равнобедренного треугольника по 55°. Найдите угол при вершине.

Б · Углублённый уровень

5. В прямоугольном треугольнике острый угол 24°. Найдите другой.

6. Существует ли треугольник со сторонами 4, 7, 12?

7. Докажите, что внешний угол треугольника больше каждого из двух внутренних несмежных.

В · Математическая школа

8. Докажите, что сумма углов выпуклого четырёхугольника 360°.

9. В равнобедренном треугольнике внешний угол при вершине 150°. Найдите углы при основании.

10. В треугольнике $\angle A$ на 20° больше $\angle B$, а $\angle C$ вдвое больше $\angle B$. Найдите углы.