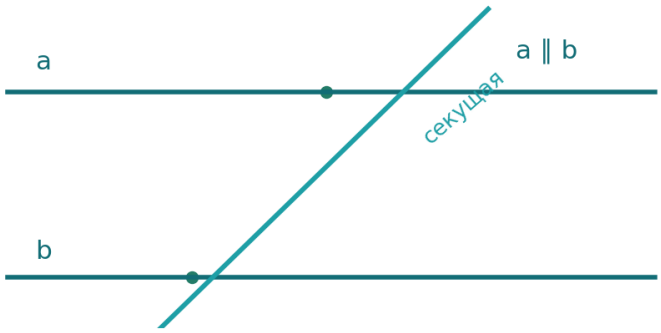
Геометрия · 7 класс

Параллельные прямые и углы

1. Основная идея

Две прямые параллельны, если лежат в одной плоскости и не пересекаются. При пересечении параллельных прямых секущей соответственные и накрест лежащие внутренние углы равны, а односторонние внутренние в сумме дают 180°. Верны и обратные признаки.



2. Доказательство

Почему односторонние углы дают 180°

При параллельных прямых соответственные углы равны. Внизу секущей односторонний внутренний угол является смежным с углом, соответствующим верхнему внутреннему углу. Так как смежные углы в сумме дают 180°, то и односторонние внутренние дополняют друг друга до 180°.

3. Как действовать

1. Назовите пару углов: соответственные, накрест лежащие или односторонние.

2. При параллельности используйте равенство либо сумму 180°.

3. Если нужно доказать параллельность, применяйте обратный признак.

4. Не переносите числовой угол, пока не определена его роль на рисунке.

Типичная ошибка

Равенство произвольных углов на рисунке само по себе не доказывает параллельность. Нужно указать, что это соответственные либо накрест лежащие углы одной секущей.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Соответственный угол к 58°

Решение. Если прямые параллельны, соответственный угол тоже 58°.

Пример 2. Односторонний угол к 125°

Решение. $180° - 125° = 55°$.

Пример 3. Накрест лежащие внутренние углы

Решение. Если один равен 72°, второй тоже 72°.

Пример 4. Соответственные углы $3x+15°$ и $2x+35°$

Решение. $3x+15=2x+35$; $x=20$, оба угла 75°.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Соответственный угол к 43° при параллельных прямых.

2. Односторонний внутренний угол к 112°.

3. Накрест лежащий внутренний угол к 64°.

4. Соответственные углы $4x-7°$ и $2x+33°$. Найдите x.

Б · Углублённый уровень

5. Односторонние углы $3x+15°$ и $2x+40°$. Найдите их.

6. Один из углов при секущей равен 38°. Найдите смежный с ним.

7. Докажите параллельность прямых, если накрест лежащие углы равны.

В · Математическая школа

8. Из $a \parallel b$ и $b \parallel c$ следует ли $a \parallel c$?

9. При $a \parallel b$ угол с секущей равен 130°. Чему равен соответственный угол?

10. Объясните через параллельную прямую, почему внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних несмежных.