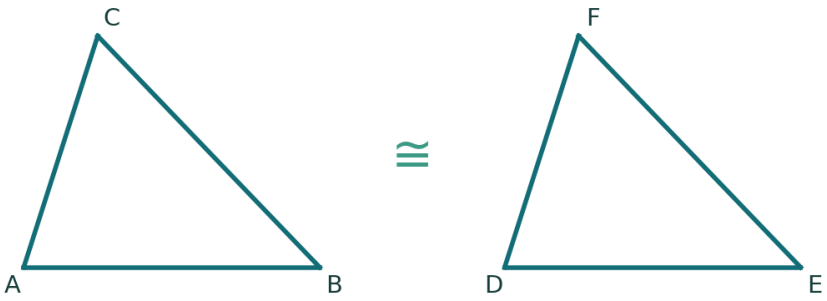
Геометрия · 7 класс

Три признака равенства треугольников

1. Основная идея

Два треугольника равны, если их можно совместить движением плоскости. Достаточно проверить: две стороны и угол между ними (SAS); сторону и два прилежащих к ней угла (ASA); три стороны (SSS). Порядок соответствующих вершин важен.



SAS · ASA · SSS

2. Доказательство

Почему равенство треугольников помогает доказывать свойства

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC с AB=AC и серединой D основания BC. Треугольники ABD и ACD равны по трём сторонам: AB=AC, BD=DC, AD — общая. Следовательно, ∠ABC=∠BCA и ∠BAD=∠DAC.

3. Как действовать

1. Подпишите соответствующие вершины двух треугольников.

2. Отметьте равные стороны и углы на чертеже.

3. Назовите точный признак равенства (SAS, ASA или SSS).

4. Только после этого перенесите на другую фигуру нужный угол или сторону.

Типичная ошибка

Две стороны и угол не между ними не составляют общий признак равенства. В SAS угол должен находиться именно между указанными сторонами.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Две стороны 5 и 7, угол между ними 40°

Решение. Если в другом треугольнике соответствующие стороны 5 и 7, а угол между ними 40°, треугольники равны по SAS.

Пример 2. Стороны 4, 5 и 6

Решение. Два треугольника с тремя попарно равными сторонами 4, 5 и 6 равны по SSS.

Пример 3. Сторона 8 и два прилежащих угла 35° и 65°

Решение. Эти данные определяют треугольник по ASA; третий угол равен $180°-35°-65°=80°$.

Пример 4. Медиана к основанию равнобедренного треугольника

Решение. Для $AB=AC$ и $BD=DC$ треугольники ABD и ACD равны по SSS, значит $\angle BAD=\angle DAC$.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Треугольники имеют стороны 3,4,5 и 5,3,4. Равны ли они?

2. $AB=DE$, $AC=DF$, $\angle BAC=\angle EDF$. Какой признак применим?

3. $AB=AC$, $BC=12$, D — середина BC. Найдите BD и DC.

4. $AB=DE$, $BC=EF$, $\angle ABC=\angle DEF$. Назовите признак.

Б · Углублённый уровень

5. $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$, $AB=DE$. Что следует?

6. В равнобедренном ABC медиана AD проведена к BC. Докажите, что она — биссектриса.

7. Может ли существовать треугольник со сторонами 2, 3 и 7?

В · Математическая школа

8. В равнобедренном ABC точки D,E лежат на основании BC и $BD=CE$. Докажите $AD=AE$.

9. Докажите равенство углов при основании равнобедренного треугольника.

10. Почему двух сторон и неприлежащего к ним угла может быть недостаточно для равенства?