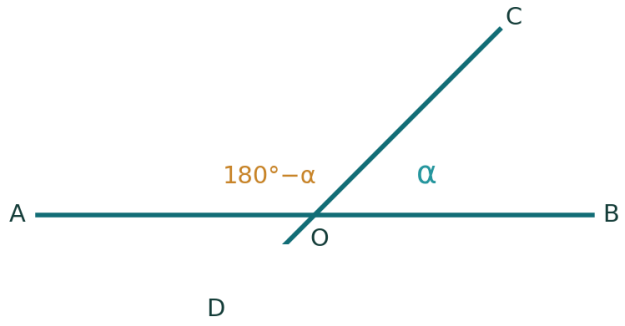
Геометрия · 7 класс

Аксиомы, смежные и вертикальные углы

1. Основная идея

Две различные точки задают единственную прямую. Смежные углы имеют общую сторону, а две другие образуют прямую; сумма смежных углов равна 180°. Вертикальные углы образуются при пересечении двух прямых и равны.



2. Доказательство

Почему вертикальные углы равны

Пусть прямые AB и CD пересекаются в O. Углы AOC и COB смежные, поэтому их сумма 180°. Углы COB и BOD также смежные. Вычитая общий угол COB из двух равенств, получаем ∠AOC = ∠BOD.

3. Как действовать

1. Найдите пару смежных или вертикальных углов.

2. Для смежных запишите сумму 180°, для вертикальных — равенство.

3. Составьте уравнение, если углы заданы через переменную.

4. Проверьте ответ: каждый угол строго больше 0° и меньше 180°.

Типичная ошибка

Нельзя путать смежные и вертикальные углы: первые в сумме дают 180°, вторые равны. Две произвольные соседние угловые области не обязательно смежные.

4. Разобранные примеры

Пример 1. Смежный угол к 38°

Решение. 180° − 38° = 142°. Ответ: 142°.

Пример 2. Вертикальные углы $3x+20°$ и $5x-10°$

Решение. Вертикальные углы равны: $3x+20 = 5x-10$. Получаем $2x=30$, $x=15$; угол равен $65°$.

Пример 3. Смежные углы относятся как 1:2

Решение. Обозначим их x и $2x$. $3x=180°$, значит $60°$ и $120°$.

Пример 4. Биссектриса угла $84°$

Решение. Биссектриса образует два угла по $42°$. Смежный с каждым из них угол равен $138°$.

5. Вопросы и задачи для самостоятельной работы

А · Базовый уровень

1. Найдите угол, смежный с углом $74°$.

2. Найдите вертикальный угол к углу $123°$.

3. Смежные углы относятся как 2:3. Найдите оба.

4. Вертикальные углы равны $x+26°$ и $3x-14°$. Найдите x и величину угла.

Б · Углублённый уровень

5. Смежные углы равны $5x-10°$ и $3x+30°$. Найдите их.

6. Вертикальные углы равны $7x-8°$ и $4x+37°$. Найдите их.

7. При пересечении двух прямых один угол равен $35°$. Найдите остальные три.

В · Математическая школа

8. Биссектриса разделила угол $126°$. Найдите угол между биссектрисой и лучом, противоположным одной из сторон исходного угла.

9. Докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой.

10. Три соседних угла на одной стороне прямой равны x, $2x$ и $3x$. Найдите их.