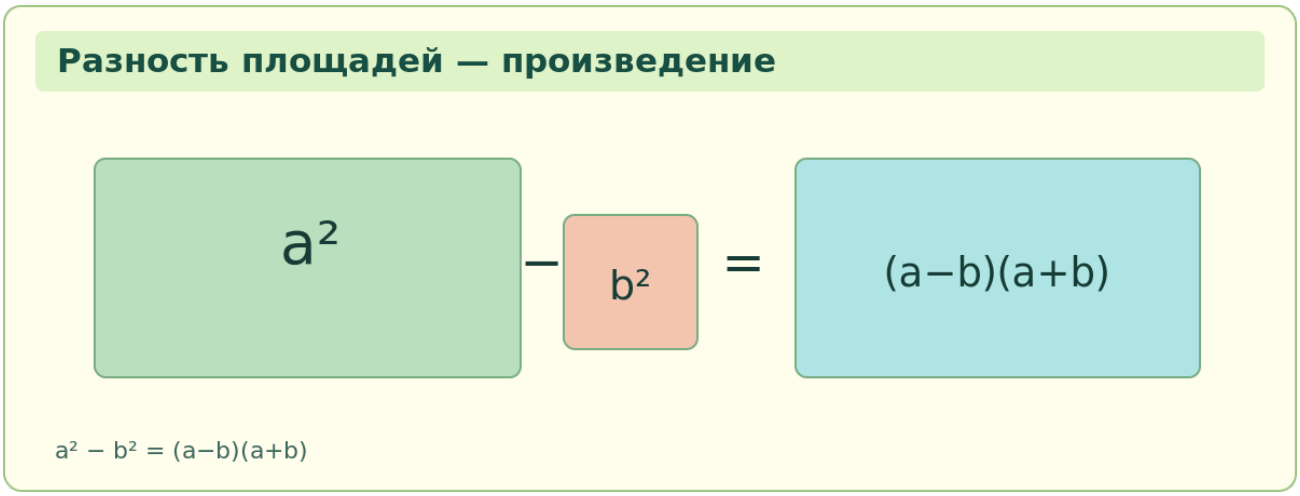
7 класс · расширенный урок · выпуск 17

Разность квадратов

Учимся узнавать разность квадратов, раскладывать выражения на множители и делать быстрые вычисления без калькулятора.

Основная идея

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$. Формула позволяет переходить от разности квадратов к произведению и наоборот.



Почему это работает?

$(a-b)(a+b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$. Средние члены взаимно уничтожаются. Для любых целых n разность соседних квадратов $(n+1)^2-n^2=2n+1$, то есть нечётное число.

Пошаговый алгоритм

1. Убедитесь, что выражение имеет вид «квадрат минус квадрат».
2. Найдите основания квадратов a и b.
3. Запишите две скобки: (a−b) и (a+b).
4. Если нужно, раскладывайте дальше (например, x^4-16).
5. При сокращении дроби сохраняйте ограничения исходного знаменателя.

Типичная ошибка

Нельзя путать $(a-b)^2$ с a^2-b^2. В рациональных дробях сокращение не возвращает исключённые из области определения значения.

Пять разобранных примеров

Пример 1. (x+5)(x−5)

• Произведение сопряжённых выражений.

Ответ: x^2-25

Пример 2. Разложите $9a^2-16$

• $9a^2=(3a)^2$, $16=4^2$.

Ответ: $(3a-4)(3a+4)$

Пример 3. $49\cdot51$

• $(50-1)(50+1)=50^2-1$.

Ответ: 2499

Пример 4. $(x^2-4)/(x-2)$, $x\neq2$

• Числитель $(x-2)(x+2)$.

• Сокращаем $(x-2)$ только при $x\neq2$.

Ответ: $x+2$ при $x\neq2$

Пример 5. $(n+1)^2-n^2$

• Раскроем: $n^2+2n+1-n^2$.

Ответ: $2n+1$, всегда нечётное целое

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.