7 класс · расширенный урок · выпуск 17

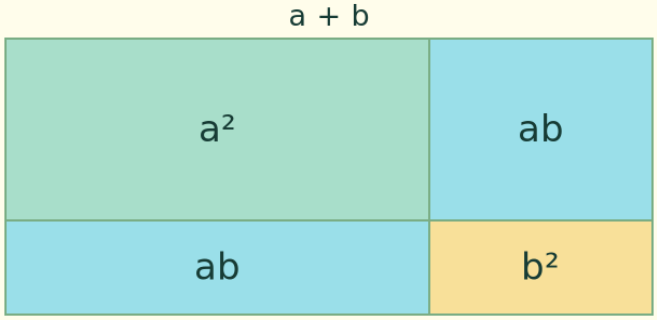
Квадрат суммы и разности

Формулы квадрата суммы и разности выводятся из площади квадрата и из раскрытия скобок. Применяем их в вычислениях, упрощениях и доказательствах неравенств.

Основная идея

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, а $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$. Средний член $2ab$ появляется дважды: как произведения ab и ba.

Почему появляется удвоенное произведение



$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Почему это работает?

$(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$. Для разности: $(a-b)(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2$. Так как $t^2\geq 0$ для любого действительного t, можно строить оценки вида $x^2+6x+10=(x+3)^2+1\geq 1$.

Пошаговый алгоритм

1. Определите первое и второе слагаемые a и b.
2. Возведите в квадрат первое и второе: a^2 и b^2.
3. Вычислите удвоенное произведение $2ab$.
4. Поставьте знак $+$ для квадрата суммы или $-$ для квадрата разности.
5. Проверьте раскрытием скобок либо числовой подстановкой.

Типичная ошибка

$(a+b)^2\neq a^2+b^2$: пропущен член $2ab$. При квадрате разности последний член $+b^2$, а не $-b^2$.

Пять разобранных примеров

Пример 1. Выведите $(a+b)^2$

• Перемножаем $(a+b)(a+b)$: $a^2+ab+ab+b^2$.

• Два средних слагаемых дают $2ab$.

Ответ: $a^2+2ab+b^2$

Пример 2. $(x+3)^2$

• $x^2+2\cdot x\cdot 3+9$.

Ответ: x^2+6x+9

Пример 3. $(2x-5)^2$

• $(2x)^2-2\cdot(2x)\cdot 5+25$.

Ответ: $4x^2-20x+25$

Пример 4. Разложите $x^2+10x+25$

• Число $25=5^2$, а $10x=2\cdot 5\cdot x$.

Ответ: $(x+5)^2$

Пример 5. 99^2

• $99=100-1$.

• $10000-200+1=9801$.

Ответ: 9801

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.