7 класс · расширенный урок · выпуск 17

Степень с натуральным показателем

Степень сокращает запись произведения одинаковых множителей. Выведем свойства степеней и научимся аккуратно работать с отрицательным основанием.

Основная идея

Для натурального n запись a^n означает произведение n множителей a. Из самой записи следуют $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ и $(a^m)^n = a^{mn}$; при делении одинаковых степеней оснований $a \neq 0$.

Степень — повторяющиеся множители



$$2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$$

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются

Почему это работает?

В произведении $a^m \cdot a^n$ сначала m множителей a, затем ещё n: всего m+n. При возведении $(a^m)^n$ в степень группа из m множителей повторяется n раз, всего mn множителей.

Пошаговый алгоритм

1. Определите основание и показатель каждой степени.
2. При умножении одинаковых оснований сложите показатели; при делении вычтите их.
3. При возведении степени в степень перемножьте показатели.
4. При возведении произведения в степень возведите в неё каждый множитель.
5. Проверьте скобки и знак отрицательного основания.

Типичная ошибка

$(-2)^4 = 16$, но $-2^4 = -16$. Также $(a+b)^2$ НЕ равно a^2+b^2.

Пять разобранных примеров

Пример 1. $2^3 \cdot 2^4$

• Показатели складываем: $2^{3+4} = 2^7$.

• $2^7 = 128$.

Ответ: 128

Пример 2. $(3^2)^3$

• Показатели перемножаем: $3^{2\cdot3}=3^6$.

• $3^6=729$.

Ответ: 729

Пример 3. $(2a^2b)^3$

• Каждый множитель возводим в третью степень.

• $2^3a^6b^3=8a^6b^3$.

Ответ: $8a^6b^3$

Пример 4. $10^4:10^2$

• Одинаковое ненулевое основание: 10^{4-2}.

• $10^2=100$.

Ответ: 100

Пример 5. Сравните $(-2)^4$ и -2^4

• В первом случае знак входит в основание, произведение четырёх минусов положительно.

• Во втором минус стоит перед положительной степенью.

Ответ: 16 и −16

Продолжение работы

Выполните самостоятельные задания трёх уровней. Ответы раскрываются на сайте после самостоятельной попытки; в печатном домашнем листе ответы отсутствуют. Тест доступен зарегистрированным пользователям после настройки October CMS.